

## 2015년 1학기 양자역학 (1) 숙제 2

3월 24일 개시

3월 31일 마감

※ 반드시 풀이 과정을 명시하여 숙제를 작성하세요.

※ 제출 기한을 넘기면 불이익이 있을 수 있습니다.

1. 연산자  $O_1, O_2$ 가 각각  $O_1\psi(x) = \psi(x) + x$ ,  $O_2\psi(x) = \frac{d\psi(x)}{dx} + 2\psi(x)$ 로 정의될 때 교환자  $[O_1, O_2]$ 를 계산하시오.

2. 교환자  $[xp^2, px^2]$ 를 계산하시오.

3. 어떤 해밀토니안의 규격화되지 않은 바닥상태 고유함수가  $\psi_0(x) = \exp(-\alpha^4 x^4/4)$ 이고 고유값은  $E_0 = \hbar^2 \alpha^2/m$  일 때 퍼텐셜 에너지  $V(x)$ 를 구하시오.

4.  $x = 0$ 과  $x = a$ 에 무한 장벽이 있을 때 장벽 사이에서 한 입자의 상태함수가

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{3}{\sqrt{5a}} \sin \frac{3\pi x}{x}$$

로 주어진다.

(a) 입자의 에너지를 한번 측정할 때 측정되는 에너지 값과 각 값의 측정 확률을 구하시오.

(b) 입자의 에너지를 한번 측정하여 두 에너지 중에서 낮은 에너지를 측정하였다. 이후 입자의 운동량을 측정하여 운동량 값이  $\hbar k$ 에서  $\hbar(k + dk)$ 일 확률을 구하시오.

5. 한 입자가  $x = 0$ 과  $x = a$ 에 무한 장벽이 있는 퍼텐셜 내에서 바닥상태에 있다.  $x = a$ 에 있는 장벽이 순식간에  $x = 2a$ 로 옮겨질 때 새로운 퍼텐셜에서 입자가 바닥상태에 있을 확률을 구하시오.

6.  $\psi_n(x)$ 는 에너지 고유값  $E_n$ 을 갖는 서로 직교인 고유함수이다.  $t = 0$ 일 때 한 입자의 상태함수를  $\psi(x, 0)$ 라 하고, 이 때 에너지를 측정하면  $E_1, E_2, E_3$ 를 측정할 확률이 각각  $1/2, 3/8, 1/8$ 이다.

(a)  $\psi(x, t)$ 를 구하시오.

(b) 해밀토니안의 기댓값은 시간에 대해 불변임을 보이시오.

7. 조화 진동자의  $n$ 번째 고유함수에 대해  $\sigma_x \sigma_p$ 를 계산하시오.

8.  $t = 0$ 일 때 입자의 양상블이 상태함수  $\psi(x) = \frac{1}{4}\psi_0(x) + \frac{i}{2}\psi_1(x) + \frac{i\sqrt{11}}{4}\psi_2(x)$ 로 주어지며  $\psi_i(x)$ 는 조화 진동자의  $i$ 번째 고유함수이다.

(a) 한 입자를 선택하여 에너지를 측정을 할 때 측정되는 에너지 값과 각 값의 측정 확률을 구하시오.

(b) 여러번 측정할 때 결과로서 얻게 되는 에너지의 평균값을 구하시오.

9. 질량  $m$ 인 입자가  $V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2 x^2, & x > 0 \\ \infty, & x < 0 \end{cases}$ 로 주어지는 퍼텐셜의 바닥상태에 있다.  $t = 0$ 일 때 갑자기 퍼텐셜이 모든  $x$ 에 대해  $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 로 바뀔 때 새로운 퍼텐셜에서 입자의 에너지를 측정하여

$\frac{3}{2}\hbar\omega$ 를 측정할 확률을 구하시오.

10. 한 입자의 퍼텐셜이  $H = E_0 a^\dagger a + E_1 (a^\dagger + a)$  ( $[a, a^\dagger] = 1$ )일 때  $H$ 의 고유값을 구하시오.